

氏 名	田部井 哲 夫
生 年 月 日	
本 籍	栃木県
学 位 の 種 類	博士 (理学)
学 位 記 番 号	博甲第168号
学位授与の日付	平成 8 年 3 月25日
学位授与の要件	課程博士 (学位規則第 4 条第 1 項)
学位授与の題目	異常ゲージ理論としての 2 次元超重力場の BRST 量子化 (BRST quantization of 2D supergravity as an anomalous gauge theory)
論文審査委員	(主査) 鈴 木 恒 雄 (副査) 久 保 治 輔, 木 村 實 青 木 健 一, 田 村 博 志

学位論文要旨

Based on the extended BRST formalism of Batalin, Fradkin and Vilkovisky, we perform a general algebraic analysis of the BRST anomalies in superstring theory of Neveu-Schwarz-Ramond and quantize it as an anomalous gauge theory. The genuine super-Virasoro anomaly is identified with the essentially unique solution to the consistency condition on the BRST anomalies without any reference to a particular gauge for the 2D supergravity fields. In a configuration space where metric and gravitino fields are properly constructed, general form of the super-Weyl anomaly is obtained from the super-Virasoro anomaly as its descendant. In the Batalin-Fradkin (BF) formalism, the anomaly-canceling super-Liouville fields are introduced to identify the original second-class constrained system with a gauge-fixed version of a first-class system. The BFV-BRST quantization applies to formulate the theory in the most general class of gauges. A local effective action constructed in the configuration space contains two super-Liouville actions; one is a noncovariant but local functional written only in terms of 2D supergravity fields, and the other contains the super-Liouville fields canceling the super-Weyl anomaly.

弦理論における anomaly は様々な形態で現れる。Virasoro 代数の中心拡大 (Virasoro anomaly), Weyl 不変性の破れ, そして BRST 電荷のべき零性の破れである。これらの anomaly の相互関係が何人かの手によって調べられているが, 理論の解析がゲージの取り方に依存しているため, 統一的に調べられたものはない。

Anomaly 相殺の要請から決まる時空の次元を臨界次元といい, この時の弦理論を critical string theory という。超対称弦理論の臨界次元は 10 である。弦理論は物質場と重力場が結合した 2 次元の場の理論として定式化されるが, critical string では重力場は理論から完全に分離する。しかし臨界次元以外の non-critical string では anomaly の効果によって重力場の Liouville mode が力学的な振る舞いをする事が明らかにされている。Anomaly 相殺の要請から決まる時空の次元は我々のいる実際の時空の次元と一致しない。Non-critical string の研究は現実の時空での理論を得るための試みの 1 つである。

2 次元重力の量子論には, これまで多くの研究がなされてきたにも拘らず未だ解決されていない基本的な問題が幾つか残されている。まず David-Distler-Kawai (DDK) による共形ゲージでの定式化は, 汎関数

測度を並進不変な測度に変えたときの Jacobian が Liouville 作用で与えられるという推測に基づいている。この推測が正しいことを示す試みが幾つかなされているが、厳密な証明はまだない。また光円錐ゲージにおいて現れる $SL(2, R)$ Kac-Moody 対称性の起源は、BRST 量子化の場合はっきりしない。更に共形ゲージと光円錐ゲージの間の理論の等価性に対する直接の証明がなされていない。

この論文の目的は、2次元超重力理論として定式化される Neveu-Schwartz- Ramond (NSR) 超弦理論の anomaly を最も一般的なクラスのゲージで解析し、様々な形態で現れる anomaly の相互関係を明確にするとともに、特定のゲージに依らない2次元超重力場の量子化を行うことである。NSR 超弦を量子化すると第1類であった拘束条件が第2類に転換する。そこでこの系を anomalous gauge theory として取り扱い、Batalin-Fradkin (BF) によって展開されたハミルトン形式に基づいて理論の定式化を進め、上記の問題の解決を試みた。BF の方法の特徴は、第2類の拘束系を新しい自由度 (BF 場) を導入することによって第1類に作り替えることである。Anomalous gauge theory は第2類の拘束系と見なせるので、BF の方法はこのような理論に容易に拡張できる。更に注目すべきことは、この第2類から第1類への拘束条件の転換をゲージを特定のものへ固定することなく行うことができるということである。それ故このプログラムを NSR 超弦に対して適用すれば、最も一般的なクラスのゲージで定式化された2次元重力の量子論に到達すると期待できる。

NSR 超弦に対して我々が行った手続きは以下の通りである。

NSR 超弦に対して正準形式に基づく BRST 量子化を行うためにまず、元々の正準変数に各拘束条件に付随したゴースト、反ゴースト、補助場を加えて拡大位相空間 (EPS) を定義する。そしてこの EPS 上で BRST 電荷を構成する。BRST 電荷はゲージ固定とは無関係に、第1類拘束条件から簡単に構成できる。

BRST 対称性は古典論のゲージ不変性を反映したものであり、その生成子である BRST 電荷が量子論で重要な役割を果たす。BRST 電荷 Q の構成は古典論に基づいて行われるが、量子論に移行した場合 Q は演算子の積を含んでいるので適当な正則化をしなければならない。BRST 量子化においてはゲージ対称性は Q^2 が零になることで表され、また時間発展との整合性から Hamiltonian H_T と BRST 電荷の交換関係は0となる。しかし実際には anomaly が現れるためにこの事は自明ではなくなる：

$$[Q, Q] \equiv i\hbar^2 \Omega + O(\hbar^3), \quad [Q, H_T] \equiv \frac{i}{2} \hbar^2 \Gamma + O(\hbar^3).$$

Ω, Γ は、 $\delta F = -\{Q, F\}_P$ を古典的な BRST 変換として、次式の代数的制約 (整合条件) を受ける：

$$\delta \Omega = 0, \quad \delta \Gamma = \{H_T, \Omega\}_P = -\frac{d\Omega}{dt}.$$

我々は EPS 上での BRST anomaly Ω, Γ の最も一般的な形を見出した。この anomaly は super-Virasoro anomaly に由来するものである。ここで得られた Ω と Γ は正則化やゲージ条件にほとんど依らず、また背景計量に依らない「原幾何学的」なものである。よって EPS 上で得られたこの結果に対して直ちに幾何学的な解釈を行うことは出来ない。幾何学的解釈を行うためには計量が必要であるため、未定乗数場を計量と同定し、力学変数の幾何学化を行った。

BRST anomaly Ω の形は BRST 不変量を加える任意性を除いて一意的である。形の異なる2つの Q^2 anomaly の差は BRST 不変量で表わされる：

$$\bar{\Omega} - \Omega = \delta \Xi.$$

ここで Ξ は任意である。この違いは正則化に起因するものであり、anomaly としては等価なものであって、BRST 電荷を適当にシフトすればこの差を相殺できる。この任意性を利用することにより、super-Virasoro anomaly (SVA) から super-Weyl anomaly が導かれた。よって super-Virasoro anomaly と super-Weyl anomaly の等価性が示された。更に BRST 電荷のシフトによって元々の作用関数に相殺項が付加される。この相殺項が2次元超重力場の dynamics を記述する。

ここで得られた結果は anomaly の階層構造を示している。整合条件の最も一般的な解である、EPS 上での SVA は階層構造の頂点に位置する。計量が identify される EPS の部分空間では SVA は super-Weyl anomaly として現れる。更にゲージを例えば超対称共形ゲージに固定すれば、加藤-小川が導出した BRST

anomaly の超対称版が得られる。初めからゲージを固定した解析では、この anomaly の階層構造を解き明かすことは出来ない。

EPS での anomaly の最も一般的な形がわかったので、この系を再び第 1 類に戻すために BF のアルゴリズムを適用する。即ち anomaly を相殺するために新しい自由度(BF 場)を導入して、ベキ零性を満足するような BRST 電荷 \tilde{Q} を再構成するのである。系の時間発展を記述する全 Hamiltonian はゲージ固定に関する情報を全て含む gauge fermion Ψ を BRST 変換することにより直ちに得られる：

$$H_T = [\tilde{Q}, \Psi]$$

これを Legendre 変換することにより、ゲージ固定された BRST 不変な有効作用が最終的に得られる。

$$S_{eff} = S_X + S_\theta + S_{FP} + S_{gf}$$

$S_X, S_\theta, S_{FP}, S_{gf}$ はそれぞれ弦, BF 場, ゴースト場, ゲージ固定の作用である。この段階まではゲージ固定関数はまだ任意のままである。そこで次に、ゲージ固定関数に具体的な形を与えて特定のゲージの下で理論を考察する。

まず超対称共形ゲージに固定した場合を考える。この時 BF 場に関する有効作用は 2 つの super-Liouville 型の作用に書き直される。1 つは super-Virasoro anomaly を super-Weyl anomaly に転換する相殺項であり、もう 1 つは super-Weyl anomaly を相殺する作用で、super-Liouville mode の役割を果たす。この作用は超対称化された DDK の作用に一致する。配位空間の経路積分に基づく DDK の方法では super-Liouville mode は 2 次元重力場の mode の一部として導入され、その経路積分測度が並進不変となるための 1 つの推測がなされていた。しかし我々のアプローチは Hamilton 形式に基づいているので測度は並進不変なものとして一意的に決まり、一方 super-Liouville mode は anomaly を補償する自由度から生じる。

次に超対称光円錐ゲージに固定した場合を考察した。運動方程式と BRST 変換との無矛盾性から超重力場に対する super-curvature equation(SCE)が導かれる。SCE と BRST 不変性から $Osp(1, 2)$ カレント代数が導かれることを示した。

これら異なるゲージでの理論の等価性は、BFV 形式における Fradkin-Vilkovisky 定理によって保証される。我々のアプローチは 2 次元超重力を一般的なゲージの下で考察するための共通の土台になり得ると結論できる。

学位論文の審査結果の要旨

田部井君は、2 次元超重力場の理論を異常ゲージ理論と見なしその BRST 量子化並びに解析をしている。2 次元重力場の量子化に関しては、これまでに多くの研究がなされてきたにも拘わらず未だ明らかにされていない事が幾つか残されている。田部井君は共同研究ではあるが、2 次元超重力場の理論の汎関数測度に関するこれまでになされていた推測の正当性、光円錐ゲージにおいて現われる Kac-Moody 対称性の起源、又、共形ゲージと光円錐ゲージの等価性に関する問題を明らかにしている。この過程で、2 次元超重力場の理論に現われる異常項の最も一般的な形を代数的処方を使って導きだしている。この結果を基にして、理論を第 2 類の拘束系と見なし、Batalin-Fradkin によって展開された正準形式に基づいて、最も一般的なゲージの下での量子化が可能なものに定式化している。この結果は、BRST 対称性に関する国際会議にも報告されていて、今後の 2 次元超重力場の理論の量子化に関する研究に進展をもたらすものと期待できる。

以上はグループ研究であるが、田部井君が中心となって理論的考察を進めて得られた結果が多い。これは、彼が博士の学位を取得するにふさわしい学識を有していることを示しているものであり、委員会は本論文が博士論文として値すると結論した。